Aseiniad 2

2025–26

Dychwelwch eich atebion i'r cwestiynau trwy Blackboard erbyn diwedd dydd Gwener, 7fed o Dachwedd.

1. Dosbarthwch yr hafaliadau isod fel rhai parabolig, eliptig neu hyperbolig:

   (a) $u_{xx} - u_{xy} + 2u_y + 3u_{yy} - 5u_{yx} + 8u = 0$;

   (b) $9u_{xx} + 6u_{xy} + u_{yy} + u_x = 0$;

   (c) $u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} = 0$.

2. Ystyriwch y broblem Cauchy

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, \quad x \in \mathbb{R},\ t > 0, \\ u(x,0) = f(x), \quad u_t(x,0) = g(x). \end{cases}$$

   (a) Darganfyddwch barth dibyniaeth u yn $(x,t) = (2,1)$.

   (b) Tybiwch fod $f(x) = 0$ y tu allan i'r cyfwng $[-1,2]$ a bod $g(x) = 0$ tu allan i'r cyfwng $[1,6]$. Darganfyddwch y set E o bwyntiau (x,t) fel bod $u(x,t)$ yn sero ar gyfer $(x,t) \in E$.

3. Darganfyddwch y datrysiad $u(x,t)$ o'r broblem un dimensiwn, sef yr hafaliad ton ar linyn anfeidraidd

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0, \quad x \in \mathbb{R},\ t > 0, \\ u(x,0) = f(x), \quad u_t(x,0) = g(x). \end{cases}$$

   gyda

   (a) $f(x) = x$ ac $g(x) = \cos(x)$.

   (b) $f(x) = \ln(x^2 + 6)$ ac $g(x) = 3x^3$.

   (c) $f(x) = \sin(x^3)$ ac $g(x) = \frac{x^2}{x^2+4x+8}$.

4. Gan ddefnyddio'r dull nodweddion, datryswch yr hafaliadau

   (a) $2u_x + (\cos x)u_y = 0$, $u(0,y) = e^{-y}$,

   (b) $u_x + 2u_y + (2x - y)u = 2x^2 + 3xy - 2y^2$, $u(x,0) = x$ (anoddach!).